

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:

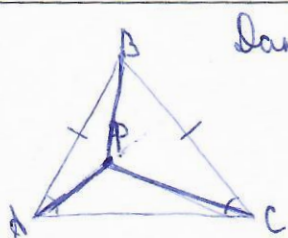
3
1.

Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

3
---

Қатысушының коды:  
Код участника:

--



Данс:  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  $AP = 2\sqrt{3}$ ,  $BP = 2$ ,  $CP = 2\sqrt{6}$ ,

Тапсырма:  $S_{\triangle ABC} = ?$

Шешімі:

$$\angle BAC = \angle BCA = 30^\circ$$

$$\angle ABC = 120^\circ$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ab \sin \alpha$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$S_{\Delta} = \frac{3}{2} \sqrt{...}$$

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:

1
2

Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

3
---

Қатысушының коды:  
Код участника:

--

$$16 P(x^2) = (P(2x))^2$$

$$x \in \mathbb{R}$$

~~$$P(x) = 0$$~~

~~$$P(x) = \sqrt{x}$$~~

~~$$16 P(1) = (P(2 \cdot 1))^2$$~~

~~$$16 \cdot 1 = (\sqrt{2})^2$$~~

~~$$16 \neq 2$$~~

~~$$16 = \frac{(P(2x))^2}{P(x^2)}$$~~

~~$$x = \frac{1}{2}$$~~

~~$$16 = 2$$~~

$$P(x) = x \cdot 0$$

$$x = 1$$

$$16 P(1^2) = (P(2 \cdot 1))^2$$

$$16 \cdot (1^2 \cdot 0) = (2 \cdot 0)^2$$

$$16 \cdot 0 = 0$$

~~$$P(x) = 8x$$~~

~~$$16 P(1) = (P(2 \cdot 1))^2$$~~

~~$$16 \cdot 8 \neq 16$$~~

Оң жауап:  $P(x) = x \cdot 0$ .

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:

2.  
3.

Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

3

Қатысушының коды:  
Код участника:

Blank box for participant code.

$$a_n = \sqrt{1 + \underbrace{99\dots 9^2}_{\text{нәсілдемек}} + \underbrace{0,99\dots 9^2}_{\text{нәсілдемек}}}$$

$$S = a_1 + a_2 + \dots + a_{1011}$$

$$\{S\} = ?$$

$$\{S\} = \sqrt{0, \dots, 9882}$$

$$a_1 = \sqrt{1 + 9^2 + 0,9^2}$$

$$= \sqrt{1 + 81 + 0,81} = \sqrt{82,81}$$

$$a_2 = \sqrt{1 + 99^2 + 0,99^2} = \sqrt{9801,9801}$$

Handwritten calculation for  $a_1$ :

$$\begin{array}{r} \times 0,99 \\ 0,99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 0,9801 \end{array}$$



Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:


Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

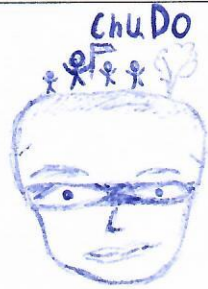
--

Қатысушының коды:  
Код участника:

--



$\angle BAC = 30^\circ$   
 $AP = 2\sqrt{3}$   
 $BP = 2$   
 $CP = 2\sqrt{6}$   
 $BP^2 + PC^2 = BC^2$   
 $4 + 24 = BC^2$   
 $BC = 5\sqrt{3}$   
 $AB = BC$  (по условию)  
 $AC = \sqrt{AP^2 + PC^2}$   
 $AC = \sqrt{12 + 24} = \sqrt{36} = 6$   
 $CA = 6$   
 $AB = 5\sqrt{3}$   
 $S_{\triangle ABC} = ?$   
 $\sqrt{AB} = \sqrt{AP^2 + BP^2}$   
 $\sqrt{AB} = \sqrt{12 + 4}$   
 $AB = 4$



21

$16P(x^2) = (P(2x))^2$   
 $16P(x^2) = P^2(2x)^2$   
 $16P(x^2) = P^2 \cdot 4x^2$   
 $16P(x^2) - P^2 \cdot 4x^2$   
 $-16P(x^2) + P^2 \cdot 4x^2$   
 $-16P + P^2 \cdot 3x^2$

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:

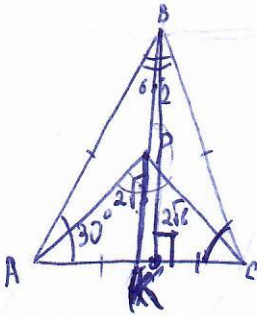
3
1

Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

3
---

Қатысушының коды:  
Код участника:

11
----



$$S_{\Delta ABC} = ?$$

$$S = \frac{1}{2} ah$$

$$\angle ACB = 30^\circ$$

$$\angle ABC = 60^\circ$$

$$AB = x \quad BC = x$$

$$AC = y$$

$$S = \frac{1}{4}(p-a)(p-b)(p-c)$$

$$S = S_{\Delta ABP} + S_{\Delta BCP} + S_{\Delta APC} =$$

~~$\Delta APK$~~   
 ~~$PK = h_{\Delta APC}$~~   
 ~~$PK = \sqrt{3}$~~

$\Delta ABK$

AB - гипотенуза

$$AB = x \quad \angle ABK = 60^\circ$$

$$x = 2h$$

$$2y = 8x$$

$$y = 4x$$

$$\frac{x}{\sin 30^\circ} = \frac{y}{\sin 60^\circ} \quad \sin 90^\circ$$

$$y = \frac{x\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = x\sqrt{3}$$

$$\frac{AP}{\sin \angle ACP} = \frac{PC}{\sin \angle PAC}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sin(30^\circ - \angle BAP)} = \frac{2\sqrt{c}}{\sin(30^\circ - \angle BCP)}$$

$$\angle BPC = \alpha \quad \angle APC = \varphi \quad \angle APB = \beta$$

$$\alpha = \varphi + \beta = 360^\circ$$

$$\frac{y}{\sin \varphi} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin \alpha}$$

$$\angle PAC = 180^\circ - \angle APC - \angle BCP$$

$$\angle PAC = 180^\circ - \varphi - (30^\circ - \angle BCP)$$

$$\angle PAC = 180^\circ - \varphi - 30^\circ + \angle BCP$$

$$\angle PAC = 150^\circ - \varphi + \angle BCP$$

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:

1

Номер задачи:

Парақ нөмірі:

2

Номер листа:

Парақтардың жалпы саны

3

Общее количество листов:

Қатысушының коды:

11

Код участника:

$$16P(x^2) = (P(2x))^2$$

$$P_x = ?$$

$$16P_x^2 = P^2 \cdot 4x^2$$

$$4P_x^2 = P^2 \cdot x^2$$

$$P(x) = \sqrt{4P_x^2}$$

$$P(x) = 2\sqrt{P_x} \cdot x = 2x \cdot \sqrt{P_x}$$

$$x^2 = 4x^2$$

$$P(x) = 2x^2$$

$$x^2 = x^2 \cdot \frac{2}{x}$$

$$P(x)^2 = x$$

$$P_x = 2x^2 + x \quad P_x = 2x^2 - x$$

$$16 \cdot (4 + 6) = (16^2 + 4)$$

$$16 \cdot (2 \cdot 16 + 4) = (2 \cdot 4 + 4)^2$$

$$\begin{cases} 16 \cdot P(x)^2 = 0 \\ (P(2x))^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P(x^2) = 0 \\ P(2x) = 0 \end{cases}$$

$$16P = \frac{1}{4}P^2$$

$$P \neq 0$$

$$64P = P^2$$

$$P = 64$$

$$4P^2 = 16P$$

$$\frac{1}{4}P^2 = P$$

$$P^2 = 4P$$

$$P = 4$$

$$P = 4$$



Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:

2
3

Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

3
---

Қатысушының коды:  
Код участника:

11
----

$$a_n = \sqrt{1 + (999 \dots 9)^2 + (0,99 \dots 9^2)}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_{2022} = \frac{a_1 + a_{2022}}{2} \cdot 2022 \quad \text{н/н цифрменгілік процесі}$$

$$a_1 = \sqrt{1 + 9^2 + (0,9)^2} = \sqrt{1 + 81 + 0,81} = \sqrt{82,81}$$

$$a_2 = \sqrt{1 + (99)^2 + (0,99)^2} = \sqrt{1 + 9801 + 0,9801} = \sqrt{9802,9801}$$

$$\begin{array}{r} 99 \\ \times 99 \\ \hline 891 \\ 891 \\ \hline 9801 \end{array}$$

$$\underbrace{99 \dots 9}_n = \underbrace{9 \dots 9}_n \cdot 10^{\frac{n-1}{2}} = 9 \cdot (11 - 0,1(n-1))^n$$

$$\begin{array}{l} \underbrace{99 \dots 9}_n \cdot 10^{\frac{n-1}{2}} = 999 \dots 999 \\ \underbrace{99 \dots 9}_n \cdot 10^{\frac{n-1}{2}} = 999 \\ \underbrace{999 \dots 999}_n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 11 - 0,1 = 10,9 \\ 10,9 \\ 9,9 \end{array}$$

$$\underbrace{99 \dots 9}_n = \underbrace{9 \dots 9}_n \cdot 10^{\frac{n-1}{2}} = 9 \cdot (11 - 0,1(n-1))^n = 3 \cdot (3 \cdot 10^{\frac{n-1}{2}})^n +$$

$$\underbrace{0,99 \dots 9}_n = 3 \cdot (3 \cdot 10^{\frac{n-1}{2}})^n$$

Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

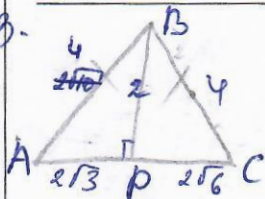
Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:


Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

--

Қатысушының коды:  
Код участника:

--



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AB = BC$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$   
 $AP = 2\sqrt{3}$ ,  $BP = 2$ ,  $PC = 2\sqrt{6}$   
 Найти:  $S_{\triangle ABC}$

Решение:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot AC}{2}$$

По т. Пифагора

$$AB^2 = BP^2 + AP^2$$

$$AB^2 = 4 + (2\sqrt{3})^2$$

$$AB^2 = 4 + 12$$

$$AB^2 = 16$$

$$AB = 4$$

$$AB = BC = 4 \text{ см}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{4 \cdot (2\sqrt{3} + 2\sqrt{6})}{2} = 2(2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}) = 8\sqrt{3} + 8\sqrt{6}$$

Ответ:  $S_{\triangle ABC} = 8\sqrt{3} + 8\sqrt{6} \text{ см}^2$



Республикалық  
оқушылар олимпиадасының  
екінші (аудандық) кезеңі

Математика

2021-2022 оқу жылы / учебный год

Второй (районный)  
этап Республиканской  
олимпиады школьников

Есеп нөмірі:  
Номер задачи:  
Парақ нөмірі:  
Номер листа:


Парақтардың жалпы саны  
Общее количество листов:

--

Қатысушының коды:  
Код участника:

--

$$1- 16 P(x^2) = (P(2x))^2$$

$$16 P(x^2) = P(4x^2)$$

$$16 P(x^2) - P(4x^2) = 0$$

$$15 P(x^2 - 4x^2) = 0$$

$$15 P(-3x^2) = 0$$

$$\rightarrow 5 P(x^2) = 0$$

$$P(x^2) = 0$$

$$x = 0$$

$$2. a_n = \sqrt{1 + 99 \dots 9^2 + 0,99 \dots 9^2}$$

Найти: S

Решение:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2022}$$

$$d = 2$$

$$a_{2022} = a_1 + d(n-1)$$

$$a_{2022} = 2(2022-1) = 2 \cdot 2021 = 4042$$

$$S = 2(a_{2022} - a_1) = 2(4042 - 2) = 2 \cdot 4040 = 8080$$

$$\text{Ответ: } S = 8080$$

$$\begin{array}{r} 2021 \\ \times 2 \\ \hline 4042 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4040 \\ \times 2 \\ \hline 8080 \end{array}$$